RİYAZİYYATIN TƏDRİSİ METODİKASI
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ
METHODS OF TEACHING MATHEMATICS

NATURAL ƏDƏDLƏR SİSTEMİNİN ALİ MƏKTƏBLƏRDƏ TƏDRİSİNƏ DAİR

Asif Kazım oğlu Nəbiyev
Pedaqogika üzrə fəlsəfə doktoru (Bakı Mühəndislik Universiteti)
E-mail: anabiyev@beu.edu.az
ORCİD: 0009-0003-2986-0071
Əhməd Nüsrət oğlu Məmmədov
Pedaqogika üzrə fəlsəfə doktoru (Bakı Biznes Universiteti)
E-mail: *ahmed.mamedov.62@bk.ru*
ORCİD: 0009-0004-4475-9681
http://www.doi.org/10.62706/bqiz.2026.v26.i1.19

Açar sözlər: *Ədədi sistemlər, aksiomlar sistemi, cəbri əməl, binar əməl, induksiya aksiomu, trixotomiya qanunu, kommutativlik qanunu, assosiativlik qanunu, refleksivlik, antirefleksivlik.*

Ключевые слова: *Числовые системы, система аксиом, алгебраическая операция, бинарная операция, аксиома индукции, закон трихотомии, закон коммутативности, закон ассоциативности, рефлексивность, антирефлексивность.*

Keywords: *Number systems, system of axioms, algebraic operation, binary operation, axiom of induction, law of trichotomy, commutative law, associative law, reflexivity, antireflexivity (irreflexivity).*

Ali məktəblərdə tədris şöbəsində əsasən mühazirə və seminar dərs formalarından istifadə olunur. Ancaq bu dərs formalarından həddindən artıq istifadə yeknəsəkliyə, şablonçuluğa səbəb olur və bəzi hallarda tələbələrin dərslərə marağının azalması ilə, dərslərin darıxdırıcı keçməsi ilə müşayiət olunur. Bundan əlavə, ali məktəb müəllimlərinə fənlərin tədrisi zamanı interaktiv təlim üsullarından istifadə etmələri də tövsiyə olunur, başqa sözlə desək müəllimin hər bir mövzunun tədrisində müxtəlif forma və üsullardan istifadə etməsi günün tələbidir.

Ali pedaqoji məktəblərdə "Ədədi sistemlər" kursu "Sabah" qruplarında tədris olunan vacib fənlərdən biri hesab olunur. Ədəd lərin öyrənilməsi riyaziyyatın vacib və nisbətən çətin məsələlərindən biridir[1]. Ədədi sistemlər - əsasən ədədlərin müəyyən simvol və qaydaların köməyi ilə yazılması sistemidir. Onlar ədədləri təsvir etməyə və riyazi əməlləri yerinə yetirməyə kömək edir[2].

"SABAH" qrupunda "Orta məktəbdə ədədi sistemlər" fənninin tədrisi zamanı "Natural ədədlər" mövzusunu bitirdikdən sonra növbəti dərsdə tələbələr təqdimat hazırladılar. Həmin dərsin məzmununu qısa şəkildə təqdim edək:

Tələbələr dörd qrupa bölünürlər.

1) Hər qrup verilmiş mövzularda təqdimat hazırlayır,
2) Digər qrup üzvləri tərəfindən verilən suallara cavab verilir,
3) Qrup üzvləri mövzuya aid çalışmalar təqdim edirlər,
4) Qrupların fəaliyyəti qiymətləndirilir (nəticələrə uyğun).

Təqdimatların və xülasələrin bəzi məqamlarını qeyd edək:

I qrup. Akssiom və teoremlər. Natural ədədlər sisteminin aksiomatik qurulması kimi suallarına cavab verilir.

Təqdimatda: Aksiom nədir? Aksiomatik sistem necə olmalıdır? Teoremlər, teoremlərin növləri, isbat haqqında müxtəlif yanaşmalar, isbat növləri haqqında fikirlər qeyd olunur. Bundan başqa natural ədədlərin aksiomatik modeli təqdim olunur.

Xülasə: Bilirik ki, natural ədədlər ilk yaranmış və insanların istifadə etdiyi ilk sistemdir. N natural ədədlər çoxluğuna elementlərin (simvolların) çoxluğu kimi baxaq. Çoxluğun elementlərindən birini 1 (vahid) ilə işarə edək.

$\boldsymbol{A_1}$. Hər bir natural a$\boldsymbol{\epsilon}$N ədədinə həmin ədədəddən "sonra gələn" və a′ ilə işarə olunan ədəd uyğundur. Belə ki, $(\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b\epsilon N})$ a=b ⇒ a′=b′,

$\boldsymbol{A_2}$. Heç bir ədəddən sonra gəlməyən 1 (bir,vahid) elementi var. Başqa sözlə $(\forall \boldsymbol{a\epsilon N})$ a′≠1,

$\boldsymbol{A_3}$. İstənilən natural ədəd ancaq bir natural ədəddən sonra gəlir. $(\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b\epsilon N})$ a′=b′ ⇒ a=b,

$\boldsymbol{A_4}$. (İnduksiya aksiomu). Əgər hər hansı M natural ədədlərdən ibarət olan çoxluğa 1 ədədi daxildirsə, hər bir a$\boldsymbol{\epsilon M}$ üçün ⇒ a′$\boldsymbol{\epsilon}$M olarsa, onda M=N (1$\boldsymbol{\epsilon}$M) ∧ (($\forall \boldsymbol{a\epsilon N}$) $\boldsymbol{a\epsilon}$M ⇒ $\boldsymbol{a'\epsilon M}$) ⇒ M=N.

Qeyd. Riyazi induksiya ilə isbat metodu bu aksioma əsaslanır.

$\boldsymbol{A_5}$. $(\forall \boldsymbol{a\epsilon N})$ a+1=a′,

$\boldsymbol{A_6}$. $(\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b\epsilon N})$ a+b′= (a+b) ′,

$\boldsymbol{A_7}$. $(\forall \boldsymbol{a\epsilon N})$ a·1=a,

$\boldsymbol{A_8}$. . $(\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b\epsilon N})$ a·b=a·b+a.

$\boldsymbol{A_1}$-$\boldsymbol{A_3}$ aksiomları ilk dəfə 1801-ci ildə italyan alimi Peano tərəfindən verilmişdir və ona görə

Peano aksiomları adlanır.

Bilavasitə bu aksiomlardan alınan nəticələrə (teoremlərə) baxaq:

Teorem 1. Əgər hər hansı iki natural ədəddən sonra gələn ədədlər fərqlidirsə, həmin ədədlər də fərqlidir, yəni $(\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b\epsilon N})$ a′≠ b′⇒ a ≠ b.

Teorem 2. Əgər iki natural ədəd fərqlidirsə,onlardan sonra gələn natural ədədlər də fərqlidir.

$(\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b\epsilon N})$ a≠b⇒ a′≠b′.

Teorem 3. Heç bir natural ədəd ondan sonra gələn natural ədədlə eyni deyil. $(\forall \boldsymbol{a\epsilon N})$ a′≠a.

Teorem 4. 1-dən fərqli istənilən natural ədəd ancaq bir natural ədəddən sonra gəlir.

II qrup. Natural ədədlər çoxluğunda toplama və vurma əməlləri. Toplama və vurma əməllərinin tərifi, toplama və vurmanın xassələri, uyğun teoremlər və onların isbatı bu təqdimatda qalsın.

Xülasə: Natural ədədlərin toplanması.

Peano aksiomlarına istinad edərək natural ədədlər çoxluğunda toplama əməlini təyin edək.

Tərif 1. Hər hansı M çoxluğunda binar cəbri əməl MxM⊂M düz hasilinə deyilir.

Tərif 2. N çoxluğunda binar cəbri toplama əməli (+) $\boldsymbol{N} + \boldsymbol{N} \subset \boldsymbol{N}$.

$\boldsymbol{A_5}$ və $\boldsymbol{A_6}$ aksiomlarını ödəyən (a+b) $\boldsymbol{\epsilon}$ N inikasına toplama deyilir, başqa sözlə

1. $(\forall \boldsymbol{a\epsilon N})$ a+1=a′
2. $(\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b\epsilon N})$ a+b′=(a+b)′

Teorem 5. Peano aksiomlar sistemində $\boldsymbol{A_5}$,$\boldsymbol{A_6}$ aksiomlarını ödəyən N çoxluğunda təyin olunmuş toplama əməli var və yeganədir.

Tərifinə görə toplama əməli cədvəlini qura bilərik:
1+1=1′=2,
2+1=2′=3,
3+1=3′=4,
2+2=2+1′= (2+1)′=3′=4,
3+2=3+1′=(3+1)′=4′=5.

Teorem 6. Toplama əməli üçün kommutativlik(yerdəyişmə) və assosiativlik(qruplaşdırma) qanunları doğrudur. Məsələn,

$\boldsymbol{a+b=b+a}$ olduğunu isbat edək:

$\forall \boldsymbol{a\epsilon N}$, a+1=1+a. Deməli, 1$\boldsymbol{\epsilon}$M. İsbat edək ki,a′+1=1+a′. a′+1=(a+1)+1=(1+a)+1=1+(a+1)=1+a.

Natural ədədlərin hasili.

Tərif. $\boldsymbol{A_7}$, $\boldsymbol{A_8}$ aksiomlarını ödəyən hər bir (a,b)$\boldsymbol{\epsilon N^2}$ natural ədədləri üçün (a·b) $\boldsymbol{\epsilon}$ N inikasına vurma əməlinə deyilir:

1. ($\forall \boldsymbol{a\epsilon N}$) a·1=a
2. ($\forall \boldsymbol{a, b\epsilon N}$) a·b′=a·b+a [4]

Vurma cədvəlini tərtib edək:
1*1=1, 2*2=2*1′=2*1+2=2+2=4,
2*1=2, 3*2=3*1′=3*1+3=3+3=6.

III qrup. Natural ədələr çoxluğunda nizamlılıq >, < və = işarələri, onların xassələri haqqında məlumatlar verilir.

Xülasə: Natural ədədlər çoxluğunda nizamlılıq

Tərif 1: Əgər $\forall \boldsymbol{a, b\epsilon N}$ üçün a=b+n şərti ödənərsə, a>b (böyükdür) deyilir.

Tərif 2. Əgər a,b və n natural ədədləri arasında a=b+n bərabərlik münasibəti varsa, onda deyirlər ki, a>b. a>b-dirsə, onda b<a. Bundan başqa a≥b (a ədədi b-dən kiçik deyil) və

b≤ $\boldsymbol{a}$ ($\boldsymbol{b}$ ə$\boldsymbol{d}$ə$\boldsymbol{di}$ $\boldsymbol{a}$-dan böyük deyil) münasibətləri də var.

Teorem 1. İstənilən iki a və b natural ədədləri üçün, aşağıdakı üç münasibətdən ancaq biri doğrudur(Trixotomiya qanunu):

1) a=b, 2) a>b, 3) a<b (b>0).

<u>İsbatı.</u> Göstərək ki, bu üç münasibətdən ikisi eyni vaxtda mümkün deyil. Əksinə, fərz edək ki, 1) və 2) eyni zamanda doğrudur.

1) a=b
2) a=b+n ⇒ b=b+n, bu isə mümkün deyil.

Teorem 2. İki natural ədədin cəmi toplananlardan heç birinə bərabər deyil: a+b≠ $\boldsymbol{b}$

<u>İsbatı.</u> $M_b \subset \boldsymbol{N}$ alt çoxluğuna baxaq.

(a+b)c=ac+bc ödənir. Aydındır ki, 1$\boldsymbol{\epsilon}M_b$, yəni a+1≠1 (Aksioma görə).

Tutaq ki, b$\boldsymbol{\epsilon}$M, yəni a+b≠b (a+b)′≠b′ olduğunu göstərək. Doğrudan da, (a+b)′=a+b+1≠b+1.

Teorem 3. (Tranzitivlik). ($\forall \boldsymbol{a, b, c\epsilon N}$) Əgər a>b, b>c, onda a>c.

<u>İsbatı.</u> Əgər a>b, b>c-sə, a=b+n, b=c+m, (m, n $\boldsymbol{\epsilon}$ N)

a=b+n=c+m+n=c+(m+n)=c+k, yəni a=c+k, bu da onu göstərir ki, a>c

Nəticə, $\forall \boldsymbol{a, b, c\epsilon N}$, (a<b) ∧ (b<c) ⇒ a<c

Teorem 4. (Bağlılıq). $(\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{N})$ (a>b) ∨ (b>0).

Teorem 5. (Antirefleksivlik). $(\forall \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{N})$ (a>a) heç zaman baxmaq mümkün deyil.

<u>İsbatı:</u> Əksinə, fərz edək ki, $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{N}$, a>a. Onda, $\exists \boldsymbol{n}$ olmalıdır ki, a=a+n. Ziddiyyət alındı.

IV qrup. Natural ədədlər çoxluğunda çıxma və bölmə əməllərinin tərifi verilir, onların xassələri göstərilir.

Xülasə: Tərif. Natural ədədlərin fərqi (a-b) a və b-nin elə inikasıdır ki, (a-b)+b=a olsun.

Qeyd. Çıxma (fərq) əməli toplama əməlinin tərsidir.

Teorem 6. (İki natural ədədlər çoxluğunda natural ədədin fərqinin varlıq teoremi). İki natural ədədin fərqi onda və yalnız onda mümkün olur ki, a>b olsun. Əgər, fərq varsa, bu fərq yeganədir.

<u>İsbatı.</u> Əgər a>b-sə $\exists k \in N$, a=b+k.

Onda iki natural ədəd fərqinin tərifinə görə, k=a-b.

Əksinə, k=a-b-də a=b+k ⇒ a>b

Yeganəliyi isbat edək. Əksinə, fərz edək ki, a>b olduqda a-b fərqi iki n və m ədədlərinə bərabərdir, yəni a-b=n və a-b=m. Onda, a=b+n və a=b+m, yəni a-nın iki qiyməti var. Bu isə mümkün deyil. Ziddiyyət alındı. Başqa sözlə desək a və b ədədlərinin fərqi yeganədir.

Qeyd. Təqdimatlardan belə nəticəyə gəlmək olur ki, natural ədədlərin çıxılması həmişə mümkün deyil, yəni natural ədədlər çoxluğunda çıxma əməli cəbri əməl deyil.

Natural ədədlərin bölünməsi (qisməti) a:b vurmanın tərsi olaraq a və b-nin elə inikasına deyilir ki, (a:b, $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$) (a:b)·b=a olur. a bölünən, b bölən, $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$ isə qismət adlanır.

Beləliklə, biz toplama və vurma cəbri əməli təyin olunan, çıxma və bölmə əməlləri müəyyən şərtlər daxilində mümkün olan N natural ədədlər çoxluğunu aksiomatik olaraq qurmaq mümkündür.

Qeyd edək ki, bu da natural ədədlər çoxluğunun qurulması modellərindən biridir. Ancaq, isbat etmək olar ki, onlar izomorfdur. Yəni izomorfizm dəqiqliyi ilə yeganə natural ədədlər çoxluğu var.

Hər bir qrup öz çıxışlarını yekunlaşdırdıqdan sonra qiiymətləndirmə aparılır. Mümkün olan qiymətləndirmə formasının bir nümunəsini verək;

Qruplar	Elmilik	Əhatəlilik	Əməkdaşlıq	Suallara cavablar	Çalışmalar
I					
II					
III					
IV					

Dərslərin bu cür formada təşkil olunmasının bir çox əhəmiyyəti var:

1) Tələbələr mövzuları hazırlayarkən tədqiqat aparır, mövzu ilə dərindən tanış olur və deməli müəyyən mənada bir çox imtahan suallarını da öyrənmiş olurlar,
2) Onlarda komanda ilə işləmək bacarığı formalaşır və inkişaf edir,
3) Onlarda tədqiqat aparmaq bacarığı formalaşır və inkişaf edir,
4) Dərs daha maraqlı və canlı keçir,
5) Qiymətləndirmənin nəticələrini kollokvium nəticələri hesab etmək olur.

Qeyd edək ki, təlim prosesində kurikulum tələblərini əsas götürsək, nəinki, "Natural ədədlər" mövzusunda tədrisi prosesində digər mövzuların da öyrənilməsində, yeni təlim, metod və texnologiyalarından istifadə etməklə yanaşı təqdimatlar və digər üsullardan vaxtlı-vaxtında istifadə etdikdə tələbələrdə fənnin öyrənilməsinə maraq artır. Həmçinin onlarda tədqiqatçılıq vərdişləri formalaşır, inkişaf edir.

Problemin aktuallığı. Təcrübələr göstərir ki, kurikulumun irəli sürdüyü tələblər baxımından nəinki tam orta məktəblərdə, digər kollec və ali pedaqoji(o cümlədən Texniki və s.) məktəblərdə yəni təliim metal və texnologiyalardan, həmçinin İKT-dən istifadə plüaritet məsələlərdəndir. Təlim prosesində təqdimatların, slaydların və digər formalardan istifadə tələbənin yaradıcılıq qabiliyyətlərinin, müstəqil düşünmə, müstəqil fikir söylənən kimi keyfiyyətlərinin formalaşdırılmasında çox aktual bir məsələdir.

Problemin elmi yeniliyi. İstər bakalavriant, istərsə də magistr səviyyələrində bir çox metod və priyomlar vardır ki, tələbənin biliklərinin sistemləşdirillməsində, təlimdə ardıcıllıq və digər prinsiplərin inkişaf etdirilməsində faydalı hesab edilir. Burada əsas diqqət ona yönəlmişdir ki, "Natural ədədlər" mövzusunun təlimində hazırlanmış təqdimatlar (təlim prosesində) o cümlədən slaydlar və digər üsullar mövcud proqramlar əsasında tədrisi(təlimi) təçkil olunan "Sabah" qruplarında tələbələrin yaradıcılıq və tədqiqatçılıq bacarıqlarının səmərəliliyinin yüksəldilməsində bu və digər təlim metodlarından istifadə kimi əhəmiyyətlidir və ideya kimi innovativdir.

Problemin praktik əhəmiyyəti və tətbiqi. Pedaqoji yönümlü ali məktəblərdə riyazi fənlərin tədrisinin xüsusən də "Sabah" qruplarında tədrisin səmərə və keyfiyyətinin yüksəldilməsi müəllimin pedaqoji ustalığı və yeni təlim və pedaqoji texnologiyalardan istifadənin səviyyəsindən çox asılıdır.

Məqalədə təliim prosesində, xüsusən də "Ədədi üsullar"fənninin materiallar daxil olan "Natural ədədlər" mövzusunun təlimində istifadə olunan təqdimatların hazırlanması və təqdim olunması tələbələrin tədqiqatçılıq bacarıqlarınıın inkişafında elmi axtarışlarının səmərəliliyinin artırılmasında əhəmiyyətlidir və tətbiq olunması faydalıdır

Ədəbiyyat

1. Ə. Nağıyev. Ədədi sistemlər. Maarif. 1976.
2. В. И. Нечаев. Числовые системы. Москва. Просвещение. 1975.
3. С. Феферман. Числовые системы. Москва. Наука. 1971.
4. Н. Глухова. Числовые системы. Ульяновский Госпедуниверситет. 2014.
5. А. Савветеев. Числовые системы. https://www.youtube.com/watch?v=aIFrXzwz3qU

A.K.Nəbiyev, Ə.N.Məmmədov

Natural ədədlər sisteminin ali məktəblərdə tədrisinə dair
Xülasə

Təqdim olunan məqalə pedaqoji ali təhsil müəssisələrinin "SABAH" qruplarında tədris olunan əsas fənlərdən biri olan "Ədədi sistemlər" fənninin tədrisi məsələlərinə həsr olunmuşdur.

Məqalədə tələbələr tərəfindən hazırlanmış və fənnin proqram materialına daxil olan “Natural ədədlər” mövzusuna aid təqdimatın qısa məzmunu, eləcə də bu cür təqdimatların tələbələrdə bilik və bacarıqların formalaşdırılmasında rolu nəzərdən keçirilir, kollokviumların qəbulu zamanı belə təqdimat formalarının əhəmiyyəti vurğulanır.

Həmçinin, aksiomlar sistemi (Peano aksiomları sistemi) və onlardan əldə olunan bəzi nəticələr şərh olunur, eyni zamanda ədədi sistemlərin məktəb riyaziyyatında bu və ya digər formada təqdim edilməsi məsələlərinə baxılır.

А.К.Небиев, А.Н. Мамедов

Содержание обучения системе натуральных чисел в высших учебных заведениях

Резюме

Представленная статья посвящена вопросам обучения дисциплине «Числовые системы», являющейся одним из основных предметов, преподаваемых в группах

«САБАХ» педагогических высших учебных заведений. Рассматривается краткое содержание подготовленной студентами презентации по теме «Натуральные числа», входящей в программный материал дисциплины, и роль таких презентаций в формировании знаний и умений студентов в направлении освоения предмета, отмечается значение таких форм представления при приёме коллоквиумов. Комментируется система аксиом (система аксиом Пеано) и некоторые следствия, получаемые из них, а также рассматриваются вопросы введения числовых систем в школьной математике в той или иной форме.

A.K. Nebiyev, A.N. Mammadov

The content of teaching the system of natural numbers in higher education institutions

Summary

The presented article is devoted to the issues of teaching the subject “Number Systems”, which is one of the main disciplines taught in the “SABAH” groups of pedagogical higher education institutions.

The brief content of the presentation prepared by students on the topic “Natural Numbers”, which is included in the program material of the subject, and the role of such presentations in the formation of students’ knowledge and skills in the direction of learning the subject are discussed, and the importance of such forms of presentation in conducting colloquiums is noted. The axiom system (the Peano axiom system) and some results obtained from it are explained, and the issues of introducing number systems in school mathematics in one form or another are considered.

Redaksiyaya daxil olub: 11.04.2026